

# МЕТОДЫ УСТОЙЧИВОГО ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ЭЭС В ОПЕРАТИВНЫХ ЗАДАЧАХ НАДЕЖНОСТИ<sup>1</sup>

*М.В. Хохлов*

(ИСЭиЭПС Коми НЦ УрО РАН, Сыктывкар)

## **Аннотация.**

Предложены методы подавления влияния грубых ошибок в телеметрической информации, используемой при решении различных задач, в том числе анализа надежности, в контуре оперативного управления ЭЭС. Сформулированы условия идентифицируемости неверных измерений и разработан метод выявления измерений разбалансировки, грубые ошибки в которых приводят к значительному искажению результатов оценивания состояния ЭЭС. Представлены критерии устойчивого оценивания, наделенные способностью противостоять грубым ошибкам, а так же некоторые результаты их применения.

**Ключевые слова** – оперативное управление, оценивание состояния, обнаружение плохих данных, измерения разбалансировки, критическая группа, неквадратичные критерии.

## **Введение.**

Развитие и внедрение в практику оперативно-диспетчерского управления ЭЭС современных средств вычислительной техники и телеметрических каналов связи позволяет решать широкий круг задач, связанных с обеспечением надежности функционирования ЭЭС, в темпе процесса. На основании данных телеметрических измерений осуществляется контроль уровней допустимых напряжений в узлах и потоков мощности по связям, оперативная оценка пределов по статической и динамической устойчивости, выработка корректирующих управляющих воздействий по вводу текущего режима в область допустимых режимов и т.п. Высокая ответственность решений, принимаемых в режиме времени, приближающемся к реальному, обуславливает повышенные требования к качеству исходной информации, формируемой на основе телеизмерений, неизбежно содержащих ошибки. Повышение качества связано с наличием избыточности измерений и предусматривает статистическую обработку данных, составляющую суть *оценивания состояния* (ОС), с целью получения режима, дос-

---

<sup>1</sup>Доклад (в печати) представлен на 73-м заседании Всероссийского научного семинара «Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики», г.Туапсе, 22-26 сентября 2002 г.

товерно отражающего действительный режим в ЭЭС. Наиболее важная задача при этом - обнаружение и подавление грубых ошибок в измерениях. Возникновение грубых ошибок происходит при выходе из строя элементов системы сбора и передачи телеметрической информации, при случайных помехах и т.п. и является источником возможных серьезных ошибок в решениях, принимаемых при управлении. В данной работе рассматриваются возможности обнаружения таких неверных измерений и разрабатываются методы оценивания состояния ЭЭС, устойчивые к грубым ошибкам.

### **Модель измерения.**

По существу ОС ЭЭС представляет собой типичную задачу нелинейной множественной регрессии. Если совокупность телеизмеряемых параметров режима ЭЭС обозначить вектором  $\mathbf{V}$ , а вектор состояния, однозначно описывающий режим, вектором  $\mathbf{Y}$ , то уравнение регрессии имеет вид:

$$\bar{\mathbf{V}} = \mathbf{V}(\mathbf{Y}) + \xi, \quad (1)$$

где  $\bar{\mathbf{V}}$  –  $m$ -мерный вектор измерений, который помимо измерений напряжений  $U$  и инъекций активных и реактивных мощностей  $(P, Q)$  узлов и потоков  $(P_l, Q_l)$  линий электропередачи может включать и псевдоизмерения, получаемые на основе статистических данных, статистических зависимостей, прогностических зависимостей и т.д.;  $\mathbf{V}(\mathbf{Y})$  – нелинейная вектор-функция, связывающая параметры режима законами электрических цепей;  $\xi$  - вектор ошибок измерений и псевдоизмерений.

Построение процедур ОС ЭЭС проводится в предположении, что справедлив некоторый гипотетический закон распределения ошибки, в то время как на самом деле реализуется другой закон. В задаче ОС ЭЭС наибольшее распространение получила нормальная модель ошибки, описываемая гауссовым распределением с нулевым математическим ожиданием и известной дисперсией  $\sigma^2$ :

$$\xi \rightarrow N(0, \sigma^2). \quad (2)$$

Полагая, что часть измерений может содержать грубые ошибки, которые имеют произвольное (неизвестное) распределение, плотность распределения реальных ошибок более адекватно описывать смесью

$$P(\xi) = g(\xi)(1 - \varepsilon) + \varepsilon \cdot h(\xi), \quad 0 < \varepsilon < 1 \quad (3)$$

плотности  $g(\xi)$  нормального распределения “хороших” данных и плотности  $h(\xi)$ , распределения грубых ошибок, где  $\varepsilon$  - вероятность появления сбойных измерений.

Оптимальным оценкам  $\mathbf{Y}$  в статистическом смысле соответствует максимум плотности распределения ошибок по компонентам вектора состояния  $\mathbf{Y}$ . Если ошибки распределены по нормальному закону (2), то максимум плотности распределения достигается минимизацией суммы взвешенных квадратов невязок между измерениями  $\bar{v}_i$  и их соответствующими оценками  $v_i(\mathbf{Y})$  [1]:

$$\min_{\mathbf{Y}} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left( \frac{r_i}{\sigma_i} \right)^2, \quad (4)$$

где  $r_i = (\bar{v}_i - v_i(\mathbf{Y}))$  – невязка  $i$ -го измерения. Критерий (4) является основным для разработки процедур оценивания состояния ЭЭС. Однако оценки наименьших квадратов (4) совершенно не устойчивы (неробастны) к отклонениям действительного закона распределения ошибок от предполагаемого нормального закона и, вообще говоря, абсолютно не защищены от влияния грубых ошибок. Присутствие неверных измерений приводит к значительной потере статистических свойств оценок, к так называемому “размазыванию ошибок” и резкому искажению режима работы элементов ЭЭС, расположенных в окрестности снятого ошибочного измерения.

#### **Условие идентификации неверных измерений.**

Идентификация измерений, содержащих грубые ошибки, возможна лишь при наличии достаточной избыточности измерений и определяется как объемом, так и схемой расстановки измерительных устройств. Определение условий на локальную избыточность измерений, при которых можно обнаружить грубые ошибки, позволяет оценить принципиальную возможность идентификации, а так же целесообразность применения тех или иных методов достоверизации данных.

Известно, что в критических измерениях погрешности не идентифицируются. В [2] показано, что для отдельного контура сети минимальное число измерений, обеспечивающих возможность идентификации одного неверного измерения, равно  $n + \text{int}(n/2)$ , где  $n$  – число узлов контура. Покажем, при каких условиях можно выявить неверные измерения для произвольных графа сети ЭЭС и расстановки измерений в ней.

В частном случае, когда для оценки  $n$  неизвестных параметров используется  $m$  измерений, связанных с первыми посредством полно заполненной матрицы коэффициентов, максимальное число неверных измерений, которые можно идентифицировать, равно  $\text{int}[(m - n)/2]$  [5]. Для дальнейшего изложения введем следующее эквивалентное условие. Пусть  $\Theta_j$  – некоторое  $j$ -е множество размерности  $p = m - n + 1$  измерений  $v$ , образующих очевидно критическую

группу<sup>1</sup>. Тогда  $i$ -е неверное измерение можно идентифицировать, если выполняется неравенство:  $\#\{i: v_i \in \Theta_j\} \leq \text{int}[(p-1)/2]$ , для всех  $j=1,2,\dots,C_m^n$ , где символ  $\#$  обозначает количество, то есть общее количество неверных измерений меньше половины любой группы критических измерений. Обобщение этого условия, являющегося перегруженным для случая с полно заполненной матрицей коэффициентов, позволяет определить возможности идентификации неверных измерений в разреженной модели (1).

*Утверждение.* Идентифицировать неверные измерения можно, если в любой критической группе их число не превышает половины измерений, образующих эту группу, т.е. если выполняется условие:

$$\#\{i: v_i \in \Theta_j\} \leq \text{int}[(p_j - 1)/2], \quad j=1,2,\dots, \quad (5)$$

где  $\Theta_j$  - любой состав измерений, образующих критическую группу,  $p_j$  - размерность  $\Theta_j$ .

Из (5) следует, что однозначно идентифицировать в каком измерении собой нельзя, если оно критическое или образует критическую пару с другим измерением. Выявление критических групп возможно в результате анализа топологической наблюдаемости ЭЭС при раздельном рассмотрении активной  $P(\delta)$  и реактивной  $Q(U)$  модели. Такое разделение допустимо, поскольку связь между активными мощностями  $P$  и модулями  $U$  напряжений узлов, а также между реактивными мощностями  $Q$  и фазовыми углами  $\delta$  напряжений является относительно слабой. При режимах близких к пределу статической устойчивости, когда нелинейность зависимости измеряемых параметров от вектора состояния увеличивается, состав критических групп может измениться.

Наиболее простой метод определения критических групп заключается в построении на графе сети графа измерений. Узлы такого графа соответствуют узлам графа сети, а ребра – ветвям с измеренным перетоком мощности или в случае отсутствия последнего, с измеренной инъекцией смежного узла. Для реактивной модели все стоки графа, соответствующие измерениям напряжений, объединяются в один узел. Это соответствует замене реактивной модели эквивалентной моделью [2], имеющей по сравнению с исходной столько дополнительных ветвей, сколько замеров напряжений. Такие ветви соединяют базисный узел с узлами с измеренными напряжениями. Измерения напряжений заменяются перетоками дополнительных ветвей. Множество простых разрезов такого графа определяет множество критических групп.

---

<sup>1</sup> Под критической группой здесь понимается минимальное количество измерений, достаточное для того, чтобы при удалении этих измерений из вектора измерений  $V$  привести к потере наблюдаемости ЭЭС.

На рис.1, б показан граф измерений с выделенным связным деревом измерений и базисными разрезами для реактивной модели схемы (рис.1, а), содержащей измерения напряжений, перетоков и инъекций мощности. В результате анализа выявляется 13 критических групп:  $\{U_2, U_4\}$ ,  $\{Q_{12}, Q_{23}, U_4\}$ ,  $\{Q_{13}, Q_{23}, U_4\}$ ,  $\{Q_{34}, Q_{43}, U_4\}$ ,  $\{Q_{45}, Q_{54}\}$ ,  $\{Q_{47}\}$ ,  $\{Q_6\}$ ,  $\{U_2, Q_{12}, Q_{23}\}$ ,  $\{U_2, Q_{13}, Q_{23}\}$ ,  $\{U_2, Q_{34}, Q_{43}\}$ ,  $\{Q_{12}, Q_{13}\}$ ,  $\{Q_{12}, Q_{34}, Q_{43}, Q_{23}\}$ ,  $\{Q_{13}, Q_{34}, Q_{43}, Q_{23}\}$ . С учетом (5) данный состав измерений позволяет идентифицировать появление грубой ошибки лишь в одном из измерений  $Q_{23}$ ,  $Q_{34}$  или  $Q_{43}$ . В критических  $Q_{47}$  и  $Q_6$  ошибки себя никак не проявят. При возникновении сбоя в любом другом, входящем в одну из критических пар, однозначно решить какое является неверным не представляется возможным.

Граф измерений, разрезы которого соответствуют критическим группам, всегда существует, если в составе измерений нет избыточных измерений инъекций. В противном случае критические группы можно определить последовательным исключением измерений с проверкой топологической наблюдаемости одним из существующих методов [2]. Следует заметить так же, что топологический метод дает необходимые, но недостаточные условия возможности идентификации неверных измерений.

### Неквадратичные критерии оценивания.

В большинстве действующих систем ОС ЭЭС устранение влияния больших ошибок на оценки наименьших квадратов (4) предусматривает априорную или апостериорную идентификацию неверных измерений с последующим их удалением из состава исходных данных. Такой подход требует дополнительной разработки тех или иных алгоритмов достоверизации измерений [3]. Альтернативный путь – наделение оценок наименьших квадратов способностью противостоять наличию неверных измерений. Конечно, эта способность ограничена пределом идентифицируемости (5). Разработка критериев устойчивого оценивания основана на рассмотрении модели ошибки (3) и применении оценок, являющихся обобщением оценок максимального правдоподобия. В этом случае, согласно П.Хьюберу [6], устойчивые оценки следует искать, минимизируя некоторую функцию взвешенных невязок относительно  $\mathbf{Y}$ :

$$\varphi = \sum_{i=1}^m \rho \left( \frac{r_i}{\sigma_i} \right), \quad (6)$$

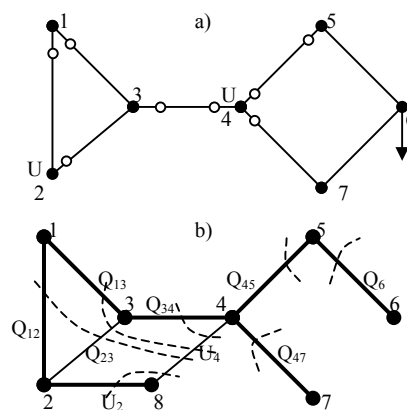


Рис.1. Граф сети с измерениями напряжений  $U$ , перетоков  $\circ$  и инъекций  $\downarrow$  мощности (а) и соответствующий ему граф измерений (б).

где  $r_i$  – невязка  $i$ -го измерения,  $\rho(r)$  – произвольная симметричная функция, менее быстро растущая, чем квадратичная (4). В [5] показано, что оценка устойчива, если первая производная от функции  $\psi = \rho'$ , характеризующая влияние невязок на оценку, ограничена. Подобный подход был предложен независимо от работ П.Хьюбера почти одновременно с традиционным методом наименьших квадратов с целью подавления неверных измерений при ОС ЭЭС [1,8]. Такие критерии получили название *неквадратичные критерии* оценивания.

Простейший способ наделения оценок робастными свойствами – ограничить влияние больших невязок в соответствии с функцией Хьюбера (табл.1):

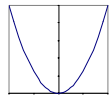
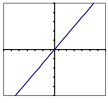
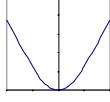
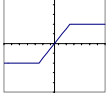
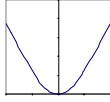
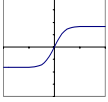
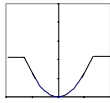
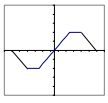
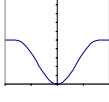
$$\psi(r) = \begin{cases} -a, & \text{при } r/\sigma < -a \\ r/\sigma, & \text{при } -a \leq r/\sigma \leq a \\ a, & \text{при } r/\sigma > a \end{cases}, \quad (7)$$

где  $a \geq 0$  – точка перегиба. Регулируя точку перегиба  $a$ , можно влиять на фильтрующую способность метода, выбирая между эффективностью оценок и их чувствительностью к большой ошибке. Предельным случаем оценки (7) является оценка наименьших квадратов,  $\rho(r) = r^2/2\sigma$ , при  $a \rightarrow \infty$ , с неограниченной  $\psi$ -функцией, являющаяся абсолютно неробастной. Наиболее ограниченным вариантом является оценка наименьших модулей,  $\rho(r) = |r|/\sigma$ , при  $a \rightarrow 0$ . Такая оценка используется в программном комплексе “Космос” [4].

При малой локальной избыточности измерений становится заметным эффект, которым страдает оценка (7). Влияние большой невязки, хотя и ограничено, но оказывается достаточным для значительного смещения оценки. В этом случае чрезвычайно эффективными являются сниженные оценки (табл.1), которые реализуют идею полного удаления измерений с большой невязкой. Немонотонность  $\psi$ -функций и как следствие наличие множества локальных минимумов предполагает использование сниженных оценок только при хорошем начальном приближении или после нахождения решения с функцией типа (7).

Введение ограничения влияния больших невязок является первым шагом по наделению оценок наименьших квадратов робастными свойствами. Подавление больших невязок, вообще говоря, не эквивалентно подавлению больших ошибок в измерениях в связи с наличием так называемого эффекта разбалансировки, обусловленного, в первую очередь, неоднородностью параметров схемы замещения ЭЭС. В результате этого эффекта ошибка неверного измерения  $v_i$  может проявлять себя не в  $r_i$ , но в  $r_j$  верного измерения. Неквадратичные оценки как и оценка наименьших квадратов становятся неустойчивыми.

Таблица 1

Некватратичные критерии оценивания			
	Тип функции	Функция оценивания $\varphi(r)$	$\psi$ -функция
Линейные оценки	Наименьших квадратов		
	Наименьших абсолютных значений		
Оценки типа максимального правдоподобия	Хьюбера		
	Сигмоидная		
Сниженные оценки	Трехчастная Хампеля		
	Синусоида Эндрюса		

### Измерения разбалансировки.

Рассмотрим линеаризованную модель ТИ (1), полученную разложением зависимости  $V(\mathbf{Y})$  в ряд Тейлора:

$$\Delta \bar{V} = \mathbf{H} \Delta \mathbf{Y} + \xi, \quad (8)$$

где  $\mathbf{H} = \partial V / \partial \mathbf{Y}$  - матрица производных.

Зависимость вектора невязок от ошибок измерений имеет вид [2]:

$$\mathbf{r} = \Delta \bar{V} - \Delta V(\mathbf{Y}) = (\mathbf{E} - \mathbf{W}) \xi, \quad (9)$$

где  $\mathbf{W} = \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}$  - проекционная матрица, известная как матрица подгонки,  $\mathbf{R} = \text{diag}(\sigma_i^2)$  - ковариационная матрица ошибок измерений,  $\mathbf{E}$  - единичная матрица.

Полагая, что  $\xi \rightarrow N(0, \mathbf{R})$ , имеем  $\mathbf{r} \rightarrow N(0, (\mathbf{E} - \mathbf{W})\mathbf{R}(\mathbf{E} - \mathbf{W})^T)$ , а поскольку  $\mathbf{W}$  - симметричная идемпотентная матрица, для которой  $\mathbf{W}\mathbf{W}^T = \mathbf{W}$ , тогда:

$$\mathbf{r} \rightarrow N(0, (\mathbf{E} - \mathbf{W})\mathbf{R}). \quad (10)$$

Обозначив диагональный элемент  $d_i = W_{ii}$ , (причем  $0 \leq d_i \leq 1$ ), и считая, что  $W_{ij}$  ( $i \neq j$ ) пренебрежимо малы, имеем распределение невязок:  $r_i \rightarrow N(0, \sigma_i^2(1 - d_i))$ . Получаемые отсюда нормализованные невязки

$$r_i^N = \frac{r_i}{\sigma_i \sqrt{1 - d_i}} \quad (11)$$

лежат в основе известного апостериорного метода обнаружения неверных измерений.

Из (9) видно, что вектор невязок и вектор ошибок связаны между собой посредством матрицы  $\mathbf{A} = \mathbf{E} - \mathbf{W}$ . Матрица  $\mathbf{A}$  называется матрицей чувствительности. Значение элемента матрицы  $a_{ij}$  показывает влияние погрешности в  $j$ -м измерении на  $i$ -е. Например, пусть в векторе измерений  $j$ -е измерение единственное неверное. Если  $a_{ij} > a_{jj}$ , то остаточная невязка  $r_i$  верного  $i$ -го измерения больше, чем остаточная невязка  $r_j$  неверного измерения.

С возрастанием избыточности измерений матрица чувствительности стремится к единичной и, следовательно, в пределе вектор остаточных невязок стремится к вектору ошибок измерений. При малой избыточности измерений приемлемыми значениями еще можно считать  $d_i \leq 0.2$ . При более высоких значениях  $d_i \geq 0.5$  большой ошибке соответствует малая невязка – измерение “маскируется” и грубая ошибка в нем не идентифицируется. Такие выделяющиеся измерения (с высоким значением  $d_i$ ) ведут себя как критические, для которых  $d_i = 1$ , и в теории робастной статистики получили название *измерения разбалансировки* [5,6].

Нетрудно показать, что диагональные элементы матрицы подгонки  $d_i$  имеют монотонную зависимость с расстоянием Махаланобиса  $MD_i$ , характеризующей степень удаленности измерения в факторном пространстве, образованном  $n$  линейно независимыми векторами  $\mathbf{h}_i^T$ , от центра распределения:

$$d_i = \frac{1}{m} MD_i^2, \quad i=1,2,\dots,m, \quad (12)$$

где оценка расстояния Махаланобиса:

$$MD_i = \sqrt{\mathbf{h}_i^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{h}_i}, \quad i=1,2,\dots,m, \quad (13)$$

где  $\mathbf{h}_i^T$  -  $i$ -я вектор строка матрицы  $\mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{H}$ ,  $\boldsymbol{\Sigma} = \frac{1}{m} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}$  - оценка ковариационной матрицы распределения измерений в факторном пространстве. Таким образом, измерения разбалансировки можно определять как измерения, выделяющиеся в факторном пространстве (с относительно высоким значением  $MD_i$ ).



Как показали проведенные исследования, идентификация измерений разбалансировки в ЭЭС по диагональным элементам проекционной матрицы  $d_i$  (или  $MD_i$ ) не всегда соответствует результатам идентификации методом статистических испытаний. Причиной является неустойчивость классической оценки ковариационной матрицы  $\Sigma$ , статистические свойства которой сохраняются только при нормальном законе распределения измерений в факторном пространстве [5]. Уже одно выделяющееся измерение приводит к смещению оценки  $\Sigma$ , а два измерения разбалансировки, образующих кластер, не проявляют себя в больших значениях  $d_i$  или  $MD_i$ . Поэтому предлагается использовать робастную ковариационную матрицу, для нахождения которой применяется метод наименьшего определителя ковариационной матрицы [5,9].

Метод заключается в определении выборки измерений  $G_k = \{v_i\}$ , для которых определитель эмпирической ковариационной матрицы  $\Sigma_{G_k}$ , характеризующей их рассеяние в факторном пространстве, минимален:

$$l = \arg \min_k \det(\Sigma_{G_k}) \quad (14)$$

при ограничениях на локальную избыточность:

$$\#\{i : v_i \in \Theta_j, \text{ но } v_i \notin G_k\} \leq \text{int}[(p_j - 1)/2], \quad j=1,2,\dots, \quad (15)$$

где  $\Theta_j$  - любой состав измерений, образующих критическую группу (по условию наблюдаемости как активной, так и реактивной модели ЭЭС),  $p_j$  - размерность  $\Theta_j$ .

Вычисляя на основе полученной оценки  $\Sigma_{G_i}$  робастную оценку расстояния Махаланобиса  $RD_i = \sqrt{\mathbf{h}_i \Sigma_{G_i}^{-1} \mathbf{h}_i^T}$ , измерения разбалансировки определяются как измерения, лежащие в факторном пространстве за пределами доверительного гиперэллипсоида:

$$RD_i^2 > \lambda_p, \quad (16)$$

где  $\lambda_p$  - квантиль порядка  $P = 0,975$  распределения, описывающего  $RD^2$ . Если считать, что истинное распределение большинства измерений описывается многомерным нормальным законом, то  $\lambda_p = \chi_{n,0.975}^2$ , где  $n$  – размерность вектора состояния  $\mathbf{Y}$ .

Опыт использования данного подхода на небольших схемах ЭЭС с различной избыточностью измерений показал хорошие идентифицирующие способности. Во всех случаях выявляемые точки разбалансировки совпадали с результатами статистических испытаний.

Из определения измерений разбалансировки видно, что значения  $RD_i$  (так же как и  $d_i$  и  $MD_i$ ), а следовательно, наличие таких измерений определяются матрицей  $\mathbf{R}$ , т.е. задаваемой точностью измерений, и матрицей  $\mathbf{H}$ , зависящей от схемы сети, ее параметров, расстановки

измерительных устройств и режима, протекающего в ЭЭС. Согласно полученным результатам к эффекту разбалансировки могут приводить измерения мощностей и напряжений в узлах, сопротивления инцидентных линий которых сильно отличаются друг от друга, измерения перетоков мощности по линиям с относительно малым сопротивлением, измерения, задаваемая дисперсия ошибок которых намного меньше дисперсий остальных. Исследование влияния режима функционирования ЭЭС на локализацию измерений разбалансировки не показало существенных изменений в составе последних. Таким образом, для заданных конфигурации электрической сети и схемы расстановки датчиков оказывается достаточным предварительно определить измерения разбалансировки и информацию о них использовать на всем протяжении оперативных расчетов.

### **Перевзвешивание измерений разбалансировки.**

Поскольку с грубыми ошибками в измерениях разбалансировки неквадратичные критерии не справляются можно предложить три пути их обработки: 1) отнести их к классу измерений с неидентифицируемыми грубыми ошибками, который образуют критические и пары критических измерений, и использовать для их достоверизации априорные методы обнаружения неверных измерений с привлечением дополнительной информации; 2) применять сниженные оценки при запуске алгоритма ОС ЭЭС в темпе поступления телеметрической информации (5-10 сек), в этом случае хорошее начальное приближение обеспечивает вектор состояния  $\mathbf{Y}$ , оцененный на предыдущем запуске, и большие ошибки измерений будут сразу попадать в зону удаления  $\psi$ -функции; 3) попытаться ограничить влияние измерений разбалансировки, возможно жертвуя некоторой точностью оценок. Не затрагивая вопросы, связанные с априорными методами обнаружения плохих данных и вопросы повышения вычислительной эффективности алгоритмов ОС ЭЭС, рассмотрим третий путь.

Следуя известным предложениям робастной статистики [5] модифицируем неквадратичный критерий (6) к виду

$$\varphi = \sum_{i=1}^m \rho \left( \frac{r_i}{w_i^\alpha \sigma_i} \right) w_i^{1+\alpha}, \quad (17)$$

где  $w_i \leq 1$  – весовой коэффициент, ограничивающий общее влияние  $i$ -го измерения, обусловленное его положением. Оценки при  $\alpha=0$  и  $\alpha=1$  были предложены соответственно Маллоузом и Швеппе.

Веса  $w_i$  естественно назначать в соответствии со степенью удаленности измерений в факторном пространстве. Используя диагональные элементы проекционной матрицы  $d_i$ , некоторые аргументы указывают на выбор  $w_i^{(1)} = \sqrt{1-d_i}$  [6]. Нетрудно заметить, что это экви-

валентно замене в (6) взвешенных невязок на нормализованные невязки (11). Ф.Швеппе и др., впервые рассмотревшие такой “нормализованный” вариант неквадратичного критерия для ОС ЭЭС в середине 70-х, уже тогда указали на лучшие результаты его применения по сравнению с обычным неквадратичным критерием [7]. Однако их предложение оказалось незамеченным.

Основываясь на робастных расстояниях Махаланобиса  $RD_i$  можно оценивать веса как  $w_i^{(2)} = \min \left\{ 1, \left( \frac{\chi_{n,0.975}^2}{RD_i^2} \right)^{1/2} \right\}$ . Геометрически это означает выведение измерения разбалансировки из-за пределов доверительного гиперэллипсоида на его границу. В проведенных в работе экспериментах неплохие результаты показывали веса  $w_i^{(3)} = \left( 1 + RD_i^2 / \sqrt{2} \right)^{-1/2}$ , которые в отличие от  $w_i^{(2)}$  учитывают влияние положения каждого измерения.

После процедуры ОС ЭЭС по (17) неверные измерения легко определяются по остаточным невязкам. Если  $r_i / \sigma_i > \delta$ , где  $\delta$  – некоторый предварительно выбранный порог, то это свидетельствует о сбое в измерении.

### Результаты экспериментов.

На рис. 2 показано поведение оценок для небольшой схемы ЭЭС с глобальной избыточностью измерений  $m/n=3$ . Из-за неоднородности параметров схемы ЭЭС и неравноточности измерений имелось 5 не взаимодействующих друг с другом измерений разбалансировки. Всего было рассмотрено более трех тыс. вариантов ошибок с различными составами неверных измерений. В каждом варианте присутствовало максимально возможное количество неверных измерений, удовлетворяющее условию идентифицируемости последних (5), что соответствовало 20% грубых ошибок. Распределение грубых ошибок принималось нормальным, но с дисперсией в  $k$  раз превышающих заданную. Идентификация измерений разбалансировки и расчет весов  $w_i$  выполнялись для режима  $\{U=U_{ном}, \delta=0\}$ . Для оценки качества оценивания состояния использовалась мера отклонения восстановленного режима от действительного моделируемого:

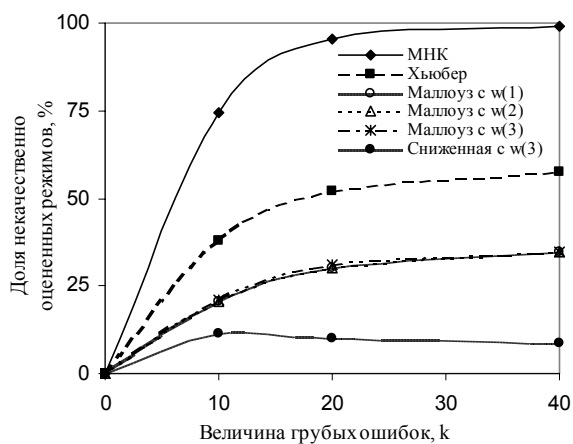


Рис.2. Устойчивость различных оценок при 20% неверных измерений

$$J = \sum_{i=1}^m \left( \frac{\hat{v}_i - v_i^{действ}}{\sigma_i} \right)^2, \quad (18)$$

которая не должна была превышать значение  $\chi_{m-n, 0.999}^2$ . В качестве неквадратичной функции  $\rho$  использовалась функция Хьюбера с точкой перегиба  $a=1.4$ , определенной как наиболее оптимальной (рис.3).

Как видно из рис.2 оценивание по критерию наименьших квадратов (МНК) не защищено от присутствия неверных измерений. Оценка Хьюбера (6) выглядит более устойчивой, однако лучшие результаты показывает оценка Маллоуза (17). Оценивание состояния с последующим использованием сниженной трехчастной функции Хампеля (см. табл.1, точки перегиба  $a_1=1, a_2=4, a_3=8$ ) позволяет устранить смещение оценок, имеющее место при использовании функции Хьюбера.

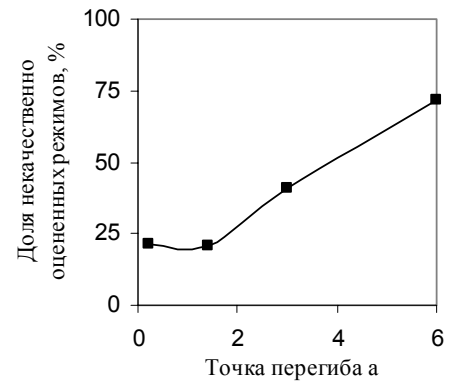


Рис.3. Определение оптимальной функции Хьюбера

В то время как в среднем все три стратегии перевзвешивания измерений разбалансировки ведут себя одинаково (рис.2), в частных случаях их поведение различно в зависимости от того, сколько плохих измерений разбалансировки среди неверных (рис.4). Наиболее “справедливым” выглядит использование весов  $w^{(3)}$ , такая оценка меньше зависит от того в каких измерениях присутствует грубая ошибка. Последующее использование сниженной функции значительно улучшает качество результатов оценивания. Оценка Хьюбера, как видно, хорошо справляется с неверными измерениями вне положения разбалансировки, но уже при наличии одного плохого измерения разбалансировки становится ненадежной.

Подобные результаты были получены для другой схемы ЭЭС, в которой среди измерений разбалансировки два образовывали кластер в факторном пространстве. Не смотря на то, что эти два измерения не проявляли себя в высоком значении  $d_i$ , ухудшение результатов оценивания от использования весов  $w^{(1)}$  вместо  $w^{(3)}$  было не более 5%. Выполнения условия (5) идентификации неверных измерений оказывается недостаточно. Этот вывод становится более очевидным при исследовании ЭЭС с реальной, малой избыточностью измерений, когда наблюдае-

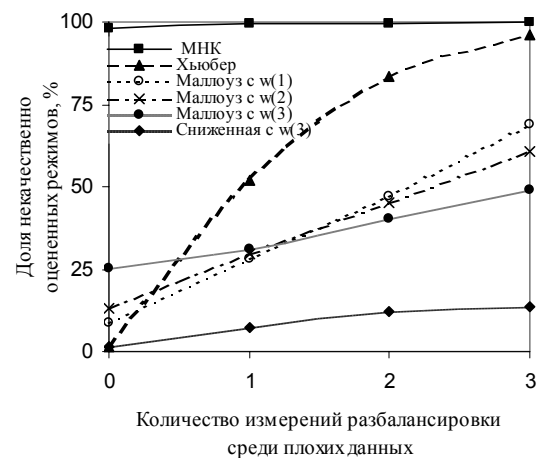


Рис.4. Влияние эффекта разбалансировки на результаты оценивания

мость фрагмента системы, не смотря на имеющуюся локальную избыточность измерений, в сущности, определяется одним единственным измерением высокой разбалансировки. Перевзвешивание такого измерения не дает желаемого результата. Введение более сильного ограничения на его положение приводит к неприятному эффекту – малые ошибки в обычных измерениях дают большие погрешности в оценках. В таких случаях затруднения с верной идентификацией неверных измерений возникают и у других методов обнаружения плохих данных.

### **Выводы.**

Неустойчивость результатов ОС ЭЭС, получаемых традиционным методом наименьших квадратов, к грубым ошибкам в телеизмерениях обусловлена чувствительностью оценок к отклонениям от нормального закона распределения ошибок и к положению измеряемых параметров в факторном пространстве регрессионной модели (1). В предлагаемых в работе методах устойчивость обеспечивается за счет введения ограничения на чувствительность к большим ошибкам как в значении наблюдаемой величины, так и в ее положении. Это позволяет в процессе минимизации обычных “нормальных” ошибок одновременно устранить влияние грубых ошибок. Способность противостоять неверным измерениям существенно зависит от имеющейся локальной избыточности измерений. Так, для достоверизации критических измерений, измерений, образующих критическую пару с другим, и измерений высокой разбалансировки необходимы априорные методы анализа с привлечением дополнительной информации.

### **Литература**

1. Гамм А.З. Статистические методы оценивания состояния электроэнергетических систем. М.: Наука, 1976, 220 с.
2. Гамм А.З., Голуб И.И. Наблюдаемость электроэнергетических систем. М.: Наука, 1990, 200 с.
3. Гамм А.З., Колосок И.Н. Обнаружение грубых ошибок телеизмерений в электроэнергетических системах. Новосибирск: Наука, 2000, 152 с.
4. Демчук А.Т., Прихно В.Л., Хватова Н.Г. Применение программного комплекса КОС-МОС при оперативном ведении режимов в ОЭС Урала на основе телеметрической информации // Проблемы развития и функционирования электроэнергетических систем: Сб. тр. Екатеринбург: УГТУ, 2000, С. 196-201.
5. Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния / Ф. Хампель, Э. Ронchetti, П.Рауссеу, В Штаэль. М.: Мир, 1989, 512 с.
6. Хьюбер П. Робастность в статистике. М.: Мир, 1984, 340 с.

7. Handschin E. Schweppe F.C. Kohlas J. Fiechter A. Bad data analysis for power system state estimation // IEEE Trans. on PAS, Vol 94, №2, 1975, pp.329-337.
8. Merrill H.M. Schweppe F.C. Bad data suppression in power system state estimation // IEEE Trans. on PAS, Vol 90, №6, 1971, pp.2718-2725.
9. Rousseeuw P.J. Multivariate estimation with high breakdown point // Mathematical statistics and applications, Vol. B. Dordrecht: Reidel, 1985, pp. 283-297.