

# ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ЭЭС ПО НЕКВАДРАТИЧНЫМ КРИТЕРИЯМ НА БАЗЕ РЕКУРРЕНТНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ<sup>1</sup>

*М.В.Хохлов*

(ИСЭиЭПС Коми НЦ УрО РАН, Сыктывкар)

Решение задачи оценивания состояния (ОС) ЭЭС, как и любой задачи цикла оперативного управления, характеризуется повышенными требованиями к быстродействию ее реализации в рамках реального времени. Это накладывает определенные условия не только к методическому и программному обеспечению, но и в большей степени к вычислительной базе. Внедрение современных вычислительных систем высокой производительности позволит вплотную подойти к выполнению задачи в темпе поступления телеметрической информации. В настоящее время повышение быстродействия вычислительных систем связывают с системами параллельной архитектуры. Среди наиболее перспективных выделился класс систем, интерпретирующих нейросетевые алгоритмы с их массово-параллельной обработкой данных. Исходя из этого авторами предлагается ряд подходов, формулирующих задачу ОС ЭЭС в нейросетевом базисе и разрабатываются существенно параллельные алгоритмы, реализуемые на искусственных нейронных сетях (ИНС). Организация вычислений на соответствующем аппаратном обеспечении (нейрочипах) позволит выполнять обработку данных телеизмерений с высоким уровнем быстродействия.

## 3.3.1. Синтез нейронной сети типа Хопфилда

**Отображение задачи ОС ЭЭС на нейронную сеть.** Рассмотрим обобщенную постановку оценивания состояния ЭЭС, заключающуюся в нахождении робастной оценки  $n$ -мерного вектора состояния  $\mathbf{Y}$  в соответствии с критерием Швеппе [1]:

$$\min_{\mathbf{Y}} E = \sum_{i=1}^m w_i^2 \rho \left[ v_i \frac{1}{\sigma_i} (v_i(\mathbf{Y}) - \bar{v}_i) \right], \quad 0 \leq w_i \leq 1, \quad v_i = w_i^{-1}, \quad (3.13)$$

где  $\bar{v}_i$  – значение  $i$ -го телеизмерения с дисперсией ошибки  $\sigma_i^2$ ;  $v_i(\mathbf{Y})$  – нелинейная функция, связывающая параметры режима законами Ома и Кирхгофа;  $w_i, v_i$  – весовые коэффициенты, учитывающие положение  $i$ -го измерения в факторном пространстве;  $\rho(\cdot)$  – симметричная функция с ограниченной производной.

---

<sup>1</sup> В книге: *Новые информационные технологии в задачах оперативного управления электроэнергетическими системами* / Н.А.Манов, Ю.Я.Чукреев, М.И.Успенский и др. Екатеринбург: УрО РАН, 2002. С.70-86.

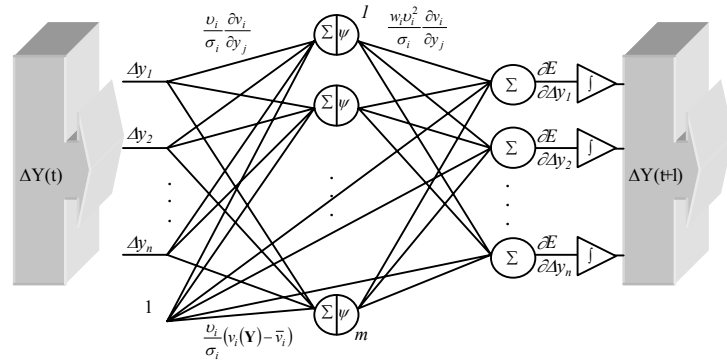


Рис. 3.1. Структура рекуррентной нейронной сети типа Хопфилда для ОС ЭЭС

Оценки Хьюбера и Маллоуза выводятся из выражения (3.13). Так, например, для оценки Хьюбера  $w_i = v_i = 1$ .

Для решения (3.13) воспользуемся итерационной процедурой  $\mathbf{Y}(t+1) = \mathbf{Y}(t) + \Delta\mathbf{Y}(t)$  с линеаризацией  $v_i(\mathbf{Y})$  разложением в ряд Тейлора 1-го порядка. В этом случае на каждом шаге  $t$  необходимо найти минимум функции (3.14) относительно поправок  $\Delta\mathbf{Y}$ :

$$\min_{\Delta\mathbf{Y}} E = \sum_{i=1}^m w_i^2 \rho \left[ \frac{v_i}{\sigma_i} \left( \frac{\partial v_i}{\partial \mathbf{Y}} \Delta\mathbf{Y} + b_i \right) \right], \quad (3.14)$$

где  $b_i = v_i(\mathbf{Y}) - \bar{v}_i$ .

Применяя метод градиентного спуска, получим:

$$\frac{\partial \Delta y_j}{\partial t} = -\eta_j \frac{\partial E}{\partial \Delta y_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (3.15)$$

где компоненты градиентного вектора согласно (3.14):

$$\frac{\partial E}{\partial \Delta y_j} = \sum_{i=1}^m w_i^2 v_i \frac{1}{\sigma_i} \frac{\partial v_i}{\partial y_j} \left[ \psi \left( \frac{v_i}{\sigma_i} \left( \sum_{l=1}^n \frac{\partial v_i}{\partial y_l} \Delta y_l + b_i \right) \right) \right], \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (3.16)$$

где  $\eta_j > 0$  – величина градиентного шага,  $\psi = \rho'$ .

Выражение (3.16) представляет собой не что иное, как уравнение функционирования многослойной нейронной сети в режиме отклика. Вектор градиента (3.16) может быть получен при прохождении вектора  $\Delta\mathbf{Y}$  через нейронную сеть с двумя слоями нейронов: первый из  $m$  нейронов с весами связей  $\frac{v_i}{\sigma_i} \frac{\partial v_i}{\partial y_j}$ , смещением  $\frac{v_i}{\sigma_i} (v_i(\mathbf{Y}) - \bar{v}_i)$  и активационной функцией  $\psi$ ; второй из  $n$  нейронов с весами связей  $\frac{w_i^2 v_i}{\sigma_i} \frac{\partial v_i}{\partial y_j}$  и линейной функцией активации. Для реализации динамики градиентного спуска (3.15) выход-

ные сигналы через  $n$  интеграторов, подаются по обратной связи на вход сети (рис.3.1). Такую рекуррентную нейронную сеть можно отнести к сети типа Хопфилда. Блок «выходной нейрон-интегратор» может быть выполнен в виде одного динамического нейрона с собственной обратной связью (рис.3.2).

Таким образом, весь объем работы, выполняемый на ЭВМ последовательной архитектуры, сводятся к вычислению матрицы производных  $\partial \mathbf{V} / \partial \mathbf{Y}$  и расчету параметров режима по известным значениям вектора состояния  $\mathbf{Y}$ . Если в качестве компонентов  $\mathbf{Y}$  выступают комплексы узловых напряжений, то параметры режима однозначно выражаются из  $\mathbf{Y}$ . Основная же доля расчетов реализуется на нейронной сети, выполненной преимущественно на аналоговой или аналогово-цифровой элементной базе, с высоким быстродействием.

**Интерпретация нейронной сети.** В отличие от широко известных моделей нейронных сетей, представляемых в виде «черного ящика», каждый элемент разработанной сети несет четкий физический смысл.

Матрицы весовых коэффициентов сети являются взвешенными матрицами Якоби  $\partial \mathbf{V} / \partial \mathbf{Y}$  и  $(\partial \mathbf{V} / \partial \mathbf{Y})^T$  соответственно для первого и второго слоя нейронов. Функция активации нейронов скрытого слоя, являясь первой производной функции  $\psi = \rho'$ , определяет робастные свойства оценок. Задавая активационную функцию в соответствии с желаемыми характеристиками  $\psi$ -функции (табл.3.1) можно получить широкий класс робастных оценок с различными статистическими свойствами.

В процессе функционирования сети с ограниченной функцией активации первый слой нейронов подавляет влияние больших невязок. При прохождении сигнала через второй слой ограничивается влияние положения измеряемых параметров в факторном пространстве за счет взвешивания соответствующих связей на  $w_i^2 v_i \leq 1$ . Заметим, что

матрица производных  $\partial \mathbf{V} / \partial \mathbf{Y}$  слабо заполненная. Следовательно, связи нейронной сети, соответствующие нулевым элементам матрицы  $\partial \mathbf{V} / \partial \mathbf{Y}$  отсутствуют. Это особенно важно при исполнении нейронной сети на цифровых нейрочипах, так как значительно экономит время на выполнение операций.

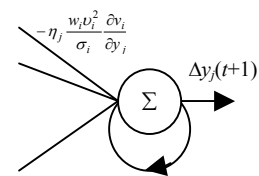


Рис.3.2. Динамическая модель выходного нейрона

**Устойчивость нейронной сети.** При подаче на вход некоторого вектора  $\Delta \mathbf{Y}$  нейронная сеть будет релаксировать к точке равновесия, соответствующей минимуму целевой функции (3.14). В силу динамической природы представленной нейронной сети

чрезвычайно важным становится вопрос о сходимости траектории вектора  $\Delta \mathbf{Y}$  к решению. Необходимым условием сходимости является устойчивость сети.

Ограничимся рассмотрением дискретной (во времени) модели нейронной сети, реализуемой на цифровой элементной базе. Функционирование сети описывается системой разностных уравнений, аппроксимирующих (3.15), в виде  $\Delta y_j(t+1) = \Delta y_j(t) - \eta_j \partial E / \partial \Delta y_j(t)$ . Пусть функция активации  $\psi$  монотонная неубывающая,  $\mathbf{H} = (\partial v_i / \partial y_j)$  - матрица производных,  $\mathbf{R} = \text{diag}(\sigma_i^2)$  - ковариационная матрица ошибок измерений,  $\boldsymbol{\eta} = \text{diag}(\eta_j)$ ,  $\boldsymbol{\Omega} = \text{diag}((w_i v_i)^2)$ ,  $\|\cdot\|$  - любая матричная норма и существует константа Липшица для функции активации нейронов скрытого слоя  $m = \sup_{x_1 \neq x_2} \frac{|\psi(x_1) - \psi(x_2)|}{|x_1 - x_2|} < \infty$ . Тогда, если выполняется неравенство

$$m \|\boldsymbol{\eta} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{H}\| < 2, \quad (3.17)$$

то дискретная модель нейронной сети (3.15-3.16) является глобально устойчивой [2].

Условие (3.17) позволяет определить значения коэффициентов  $\eta_j$ , обеспечивающих устойчивость сети. Так для  $L_1$ -нормы получим:

$$\eta_j \leq \gamma \cdot \eta_j^{\text{дон}} = \gamma \frac{2}{m \sum_{i=1}^n |a_{ji}|}, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (3.18)$$

где  $a_{ji}$  - элемент матрицы  $\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{H}$ ,  $0,5 \leq \gamma < 1$ .

Если функция активации удовлетворяет дополнительному условию:  $\psi(x)/x$  ограничена и монотонно убывает при  $x > 0$ , то использование адаптивного шага  $\eta_j(t)$ , определяемого из неравенства  $\|\boldsymbol{\eta}(t) \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{D}(t) \mathbf{H}\| < 2$ , где  $\mathbf{D}(t) = \text{diag}(d_i(t))$ ,  $d_i(t) = \psi(r_i(t))/r_i(t)$ , повышает скорость сходимости сети в  $10^1$ - $10^3$  раз.

Применение немонотонных функций активации нейронов позволяет получить сниженные оценки, являющиеся более статистически эффективными за счет подавления влияния экстремально больших невязок измерений. Следующее условие гарантирует локальную устойчивость сети.

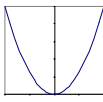
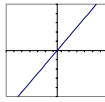
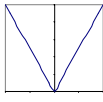
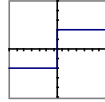
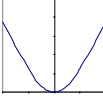
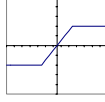
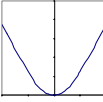
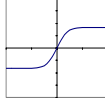
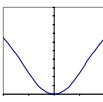
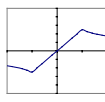
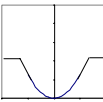
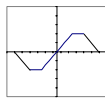
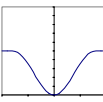
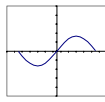
Точка равновесия  $\Delta \mathbf{Y}^* = (\Delta y_1^*, \dots, \Delta y_n^*)^T$  нейронной сети вида (3.15), (3.16) является устойчивой, если в шаре  $\Gamma$  (с центром в точке  $\Delta \mathbf{Y}^*$ ), принадлежащем области ее притяжения, выполняется неравенство:

$$m(\Gamma) \|\boldsymbol{\eta} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{H}\| < 2, \quad (3.19)$$

где константа Липшица функции активации нейронов

Таблица 3.1

**Некватратичные критерии оценивания**

	Тип функции	Функция оценивания $\varphi(r)$	$\psi$ -функция
Линейные оценки	Наименьших квадратов		
	Наименьших абсолютных значений		
M-оценки	Хьюбера		
	Сигмоидная		
	Швеппе		
Сниженные M-оценки	Трехчастная Хампеля		
	Синусоида Эндрюса		

$$m(\Gamma) = \sup_{x_1, x_2 \in \Gamma, x_1 \neq x_2} \frac{|\psi(x_1) - \psi(x_2)|}{|x_1 - x_2|} < \infty.$$

Как правило, для сниженных оценок, и однозначно для M-оценок (см. табл.3.1),

крутизна  $\psi$ -функции имеет максимальное значение в

окрестности нуля. Тогда в обоих случаях (3.17) и (3.19)

можно гарантировать устойчивость сети, оценивая

константу Липшица как  $m = \sup_{x \rightarrow 0} \frac{|\psi(x)|}{|x|}$ . Для некоторых

$\psi$ -функций константа Липшица приведена в табл.3.2.

Характер сходимости нейронной сети на одной из

итераций оценивания состояния тестовой ЭЭС пред-

ставлен на рис.3.3.

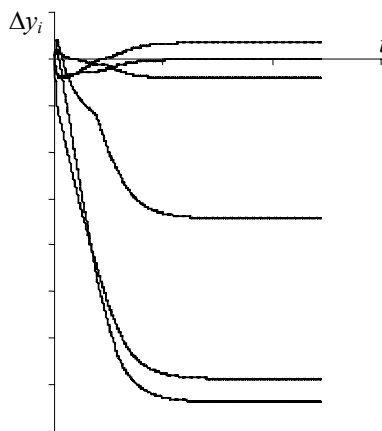


Рис.3.3. Сходимость рекуррентной нейронной сети типа Хопфилда к оценкам Маллоуза.

Таблица 3.2  
**Константы Липшица  $m$**   
**некоторых  $\psi$ -функций**

$\psi$ -функция	$m$
Хьюбера $\psi(r) = \begin{cases} -1, & r < -a \\ r/a, & -a \leq r \leq a \\ 1, & r > a \end{cases}$	$1/a$
Сигмоидная $\psi(r) = \frac{1 - e^{r/a}}{1 + e^{r/a}}$	$1/a$
Хампеля $\psi_c(r) = \begin{cases} r/a, & 0 \leq  r  \leq a, \\ 1 \cdot \operatorname{sgn}(r), & a <  r  \leq b, \\ \frac{c -  r }{c - b} \operatorname{sgn}(r), & b <  r  \leq c, \\ 0, & c <  r , \end{cases}$	$1/a$ , если $a < c - b$
Эндрюса $\psi_c(r) = \begin{cases} \sin\left(\frac{r}{a}\right), & \left \frac{r}{a}\right  \leq \pi \\ 0, & \left \frac{r}{a}\right  > \pi \end{cases}$	$1/a$

### 3.3.2. Синтез нейронной сети типа Хопфилда-Лагранжа

#### Обработка точных измерений в нейронной сети типа Хопфилда-Лагранжа.

Как известно скорость сходимости градиентного спуска сильно зависит от обусловленности задачи. Плохая обусловленность в задачах расчета установившихся режимов является следствием сильной неоднородности параметров схем замещения ЭЭС, а так же близости расчетного режима к границе апериодической устойчивости ЭЭС. В задаче оценивания состояния к ухудшению обусловленности приводит и неравноточность измерений, в частности, обработка точных измерений. К таким измерениям относятся нулевые инъекции мощности в транзитных узлах ЭЭС. Введение их в (3.13) как измерений с малой дисперсией ошибки значительно ухудшает обусловленность задачи. Далее синтезируется нейронная сеть, где точные измерения учитываются в виде ограничений типа равенств.

Решаем задачу

$$\min_{\mathbf{Y}} E = \sum_{i=1}^m w_i^2 \rho \left[ v_i \frac{1}{\sigma_i} (v_i(\mathbf{Y}) - \bar{v}_i) \right], \quad 0 \leq w_i \leq 1 \quad (3.20)$$

при ограничениях на точные измерения

$$c_k(\mathbf{Y}) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad (3.21)$$

где  $p$  – число точных измерений.

Составим и минимизируем функцию Лагранжа:

$$\min_{\mathbf{Y}, \boldsymbol{\lambda}} L = \sum_{i=1}^m w_i^2 \rho \left[ v_i \frac{1}{\sigma_i} (v_i(\mathbf{Y}) - \bar{v}_i) \right] + \sum_{k=1}^p \lambda_k c_k(\mathbf{Y}), \quad (3.22)$$

где  $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)^T$  – вектор неопределенных множителей Лагранжа.

Аналогично (3.14) поиск оптимума (3.22) последовательным приближением с линеаризацией зависимостей  $v_i(\mathbf{Y})$  и  $c_k(\mathbf{Y})$  приводит к задаче относительно поправок  $\Delta \mathbf{Y}$  и множителей Лагранжа  $\boldsymbol{\lambda}$ :

$$\min_{\Delta \mathbf{Y}, \boldsymbol{\lambda}} L = \sum_{i=1}^m w_i^2 \rho \left[ v_i \frac{1}{\sigma_i} \left( \frac{\partial v_i}{\partial \mathbf{Y}} \Delta \mathbf{Y} + b_i \right) \right] + \sum_{k=1}^p \lambda_k \left( \frac{\partial c_k}{\partial \mathbf{Y}} \Delta \mathbf{Y} + c_k(\mathbf{Y}) \right), \quad (3.23)$$

где  $b_i = v_i(\mathbf{Y}) - \bar{v}_i$ .

Применяя градиентный метод, получаем систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta y_j}{\partial t} = -\eta_j \frac{\partial L}{\partial \Delta y_j}, & j = 1, 2, \dots, n, \\ \frac{\partial \lambda_k}{\partial t} = \mu_k \frac{\partial L}{\partial \lambda_k}, & k = 1, 2, \dots, p \end{cases}, \quad (3.24)$$

где

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta y_j} = \sum_{i=1}^m w_i^2 v_i \frac{1}{\sigma_i} \frac{\partial v_i}{\partial y_j} \psi \left( v_i \left( \sum_{l=1}^n \frac{\partial v_i}{\partial y_l} \Delta y_l + b_i \right) \right) + \sum_{k=1}^p \lambda_k \frac{\partial c_k}{\partial y_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial c_k}{\partial y_j} \Delta y_j + c_k(\mathbf{Y}), \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad (3.26)$$

где  $\eta_j, \mu_k$  – величины градиентного шага;  $\psi = \rho'$ .

Одновременно с поправками  $\Delta \mathbf{Y}$  определяются множители Лагранжа  $\boldsymbol{\lambda}$ . В связи с этим такую сеть можно назвать сетью типа Хопфилда-Лагранжа, структура которой представлена в общем случае на рис.3.4.

**Обработка ограничений типа неравенств в нейронной сети типа Хопфилда-Лагранжа.** При наличии неверных измерений целесообразно использовать ограничения типа неравенств. Как любая дополнительная информация ограничения увеличива-

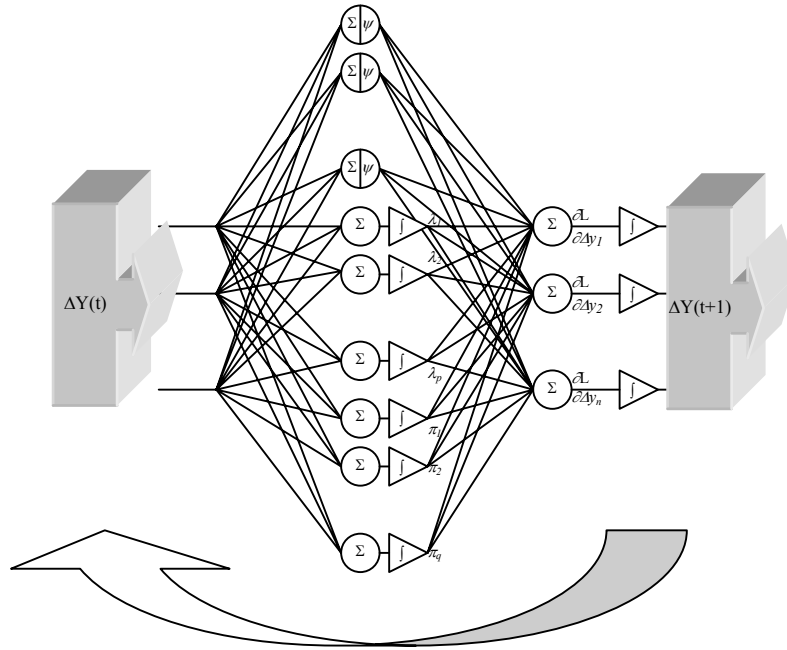


Рис.3.4. Структура рекуррентной нейронной сети типа Хопфилда-Лагранжа для ОС ЭЭС.

ют избыточность телеметрической информации, повышая фильтрующие способности методов ОС ЭЭС. Действительно, присутствие неверных измерений, например, в области с низкой локальной избыточностью может не выявляться методами статического оценивания, в том числе робастными, но определить их можно по нарушению ограничений, если такие возникают. Ограничениями могут быть диапазоны производительности электростанций, диапазоны регулирования коэффициента трансформации трансформаторов, пределы на значения нагрузок как измеряемых, так и неизменяемых и т.д.

Задача оценивания состояния в таком случае заключается в минимизации (3.20) при ограничениях (3.21) и

$$g_s(\mathbf{Y}) \leq 0, \quad s = 1, 2, \dots, q, \quad (3.27)$$

где  $q$  – число ограничений типа неравенств.

Составим и минимизируем функцию Лагранжа:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{Y}, \lambda, \pi} L = & \sum_{i=1}^m w_i^2 \rho \left[ v_i \frac{1}{\sigma_i} (v_i(\mathbf{Y}) - \bar{v}_i) \right] + \\ & + \sum_{k=1}^p \lambda_k c_k(\mathbf{Y}) + \sum_{s=1}^q \pi_s g_s(\mathbf{Y}), \end{aligned} \quad (3.28)$$

где  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)^T$ ,  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_q)^T$  – вектора неопределенных множителей Лагранжа, причем  $\pi_s \geq 0$ ,  $s = 1, 2, \dots, q$ .

Построение рекуррентной нейронной сети при такой постановке (рис.3.4) осуществляется аналогично построению предыдущей модели и описывается в результате системой дифференциальных уравнений:



$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta y_j}{\partial t} = -\eta_j \frac{\partial L}{\partial \Delta y_j}, & j = 1, 2, \dots, n, \\ \frac{\partial \lambda_k}{\partial t} = \mu_k \frac{\partial L}{\partial \lambda_k}, & k = 1, 2, \dots, p, \\ \frac{\partial \pi_s}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial L}{\partial \pi_s}, & s = 1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (3.29)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \Delta y_j} = & \sum_{i=1}^m w_i^2 v_i \frac{1}{\sigma_i} \frac{\partial v_i}{\partial y_j} \psi \left( \frac{v_i}{\sigma_i} \left( \sum_{l=1}^n \frac{\partial v_i}{\partial y_l} \Delta y_l + b_i \right) \right) + \\ & + \sum_{k=1}^p \lambda_k \frac{\partial c_k}{\partial y_j} + \sum_{s=1}^q \pi_s \frac{\partial g_s}{\partial y_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial c_k}{\partial y_j} \Delta y_j + c_k(\mathbf{Y}), \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \pi_s} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial g_s}{\partial y_j} \Delta y_j + g_s(\mathbf{Y}), \quad s = 1, 2, \dots, q, \quad (3.32)$$

$$\pi_s = \max(0, \pi_s), \quad s = 1, 2, \dots, q, \quad (3.33)$$

где  $\eta_j, \mu_k, \alpha_s$  – величины градиентного шага;  $\psi = \rho'$ .

**Устойчивость нейронной сети (3.29-3.33).** В ходе численных экспериментов с дискретными моделями сети типа Хопфилда-Лагранжа эмпирически получено условие, при котором последовательность векторов  $[\Delta \mathbf{Y}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), \boldsymbol{\pi}(t)]$  сходится к решению линеаризованной задачи (3.28). Пусть  $\psi$ -функция строго возрастающая,  $\mathbf{C} = (\partial c_k / \partial y_j)$  и  $\mathbf{G} = (\partial g_s / \partial y_j)$  - матрицы производных. Тогда, если выполняется неравенство

$$\left\| m \boldsymbol{\eta} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{H} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\mu} \mathbf{C}^T \mathbf{C} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\alpha} \mathbf{G}^T \mathbf{G} \right\| < 2 \quad (3.34)$$

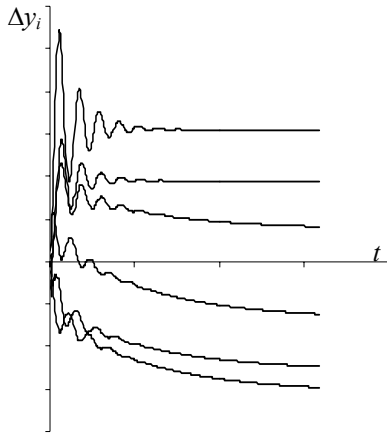


Рис.3.5. Сходимость рекуррентной нейронной сети типа Хопфилда-Лагранжа к оценкам Маллоуза.

то дискретная модель нейронной сети (3.29-3.33) оказывается устойчивой. Как частные случаи из (3.34) следуют условия устойчивости сети (3.24-3.26) и сети (3.15-3.16).

Возможность выбора различных значений  $\eta_j, \mu_k, \alpha_s$ , удовлетворяющих (3.34), позволяет управлять качеством процесса сходимости. Типичный характер сходимости сети типа Хопфилда-Лагранжа на одной из итераций оценивания состояния тестовой ЭЭС представлен на рис.3.5. Экспериментальные расчеты

показали, что при наличии точных измерений сходимость сети типа Хопфилда-Лагранжа (3.24-3.26) значительно выше, чем сходимость сети типа Хопфилда (3.15-3.16), в которой такие измерения обрабатываются как измерения с малым значением дисперсии ошибки.

### 3.3.3. Результаты экспериментальных расчетов.

На этапе исследований работа нейронной сети как правило эмулируется на персональной ЭВМ с последовательной архитектурой. Это существенно затрудняет проведение экспериментальных расчетов на схемах ЭЭС реального размера, поскольку требует значительных ресурсов времени ЭВМ. Поэтому основными объектами исследований были схемы небольшой размерности.

**Исследование 4-х узловой ЭЭС.** В качестве примера рассмотрим задачу оценивания состояния 4-х узловой ЭЭС (рис.3.6). Схема взята из работы [3], где тестируются широко известные методы идентификации неверных измерений (априорный анализ на базе контрольных уравнений А.З.Гамма и апостериорный анализ остаточных нормализованных невязок). Высокая избыточность измерений ( $m = 20$  при размерности вектора состояния  $n = 7$ ), что не свойственно реальным ЭЭС, позволяет, тем не менее, наглядно увидеть влияние точек разбалансировки на результаты оценивания состояния и продемонстрировать фильтрующие способности робастных методов оценивания.

Анализ факторного пространства посредством нахождения робастной ковариационной матрицы выявляет пять точек разбалансировки в составе вектора измерений:  $P_{12}$ ,  $Q_{12}$ ,  $P_3$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ . Найденные весовые коэффициенты  $w_i$ , соответствующие положению измерений, представлены в табл.3.3. Для сравнения в таблице приведены также веса  $w_i^{\text{hot}}$ , полученные посредством диагональных элементов проекционной матрицы, и не являющиеся эффективными при наличии точек разбалансировки [4, 5].

Рассмотрим два случая присутствия неверных измерений. В первом случае грубые ошибки моделируются в измерениях, не являющимися точками разбалансировки (ошибки остальных измерений следуют нормальному закону распределения с заданной дисперсией). Результаты оценивания состояния, выполненные на базе рекуррентной нейронной сети типа Хопфилда, сведены в табл.3.4. Единицы измерения в этой и в следующих табл. для  $P$  – мегаватты, для  $Q$  – мегавары, для  $U$  – киловатты, для дисперсий ошибок  $\sigma^2$  – квадрат единицы измерения соответствующей переменной.

Оценка наименьших квадратов, как и следовало ожидать, оказывается совершенно не устойчивой. Ошибки не-

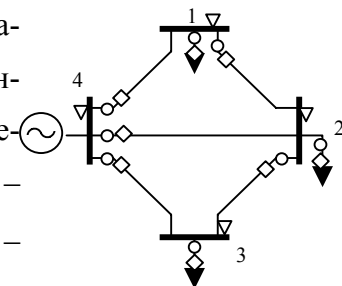


Рис.3.6. Тестовая схема ЭЭС.  $\nabla$  - измерения узловых напряжений,  $O$  - измерения активной мощности,  $\diamond$  - измерения реактивной мощности,  $U_i = \text{const}$ ,  $\delta_i = 0$ .

верных измерений «размазываются» по другим измерениям. В результате большинство оценок измерений существенно отличаются от эталонных значений. В то же время, оценка Хьюбера ( $w_i = 1, i = 1, 2, \dots, 20$ ) со сниженной  $\psi$ - функцией показывает превосходящие фильтрующие способности.

Таблица 3.3

**Расчетные весовые коэффициенты для ограничения влияния положения точек разбалансировки**

Параметр	$w_i^{\text{hot}}$	$w_i$	Параметр	$w_i^{\text{hot}}$	$w_i$
$U_1$	0,819	0,544	$Q_{43}$	0,954	0,588
$U_2$	0,830	0,569	$Q_{21}$	0,423	<b>0,152</b>
$U_3$	0,878	0,552	$Q_{32}$	0,842	0,461
$P_{41}$	0,953	0,805	$P_1$	0,923	0,479
$P_{42}$	0,943	0,769	$P_2$	0,778	0,451
$P_{43}$	0,946	0,670	$P_3$	0,535	<b>0,216</b>
$P_{21}$	0,418	<b>0,202</b>	$Q_1$	0,942	0,443
$P_{32}$	0,836	0,460	$Q_2$	0,835	<b>0,298</b>
$Q_{41}$	0,978	0,998	$Q_3$	0,500	<b>0,203</b>
$Q_{42}$	0,975	0,982			

Таблица 3.4

**Сравнение оценки наименьших квадратов (МНК) с оценкой Хьюбера**

Параметр	Исходные данные			Результаты ОС ЭЭС		Ошибка	
	Эталон $v_i$	Дисперсия $\sigma_i$	Измерение* $\bar{v}_i$	МНК-оценка $\hat{v}_i$	Оценка Хьюбера $\hat{v}_i$	МНК-оценка** $(\hat{v}_i - v_i)/\sigma_i$	Оценка Хьюбера $(\hat{v}_i - v_i)/\sigma_i$
$U_1$	87,84	0,878	89,718	84,506	88,815	<b>-3,80</b>	1,11
$U_2$	89,47	0,895	90,683	86,446	90,716	<b>-3,38</b>	1,39
$U_3$	93,3	0,933	<b>63,314</b>	86,238	93,554	<b>-7,57</b>	0,27
$P_1$	50	5,83	<b>143,124</b>	71,691	56,326	<b>3,72</b>	1,09
$P_2$	40	4,72	41,438	32,221	39,348	-1,65	-0,14
$P_3$	25	2,92	24,393	62,446	29,075	<b>12,82</b>	1,40
$Q_1$	30	5,83	14,704	23,929	27,769	-1,04	-0,38
$Q_2$	25	4,72	24,57	10,897	17,159	<b>-2,99</b>	-1,66
$Q_3$	15	2,92	13,955	22,812	12,603	<b>2,68</b>	-0,82
$P_{41}$	38,21	5,18	<b>141,892</b>	53,659	41,598	<b>2,98</b>	0,65
$P_{42}$	25,87	4,12	<b>-23,521</b>	36,67	28,648	<b>2,62</b>	0,67
$P_{43}$	67,68	7,51	69,397	108,779	71,693	<b>5,47</b>	0,53
$P_{12}$	-16,21	1,73	-17,919	-25,254	-19,292	<b>-5,23</b>	-1,78
$P_{23}$	-32,65	3,16	<b>28,873</b>	-24,572	-32,36	<b>2,56</b>	0,09
$Q_{41}$	34,97	5,18	27,499	38,595	32,096	0,70	-0,55
$Q_{42}$	32,12	4,12	35,152	36,43	29,557	1,05	-0,62
$Q_{43}$	32,62	7,51	<b>-35,638</b>	32,597	26,009	0,00	-0,88
$Q_{12}$	-6,11	1,73	-10,175	-3,387	-7,081	1,57	-0,56
$Q_{23}$	-7,81	3,16	-3,929	7,988	-3,619	<b>5,00</b>	1,33

\* - выделены моделируемые неверные измерения;

\*\* - выделены измерения, оценки которых отличаются от эталонных значений более чем на  $2,5\sigma_i$

В другом варианте (табл.3.5) часть грубых ошибок моделировалась в измерениях, являющимися точками разбалансировки. Устойчивыми оказываются лишь обобщенные оценки (в данном случае приведена оценка Маллоуза), ограничивающие влияние положения измерений в факторном пространстве.

Если говорить о вычислительной эффективности предложенных методов ОС ЭЭС, то число линеаризаций, требуемых для нахождения робастных оценок, не превосходит 2-5 в зависимости от количества неверных измерений. Расчет сниженных оценок, выполняемый после нахождения решения с монотонной функцией активации  $\psi$ , требует дополнительно 1-2 линеаризации. Сходимость к решению сохранялась и в тех случаях, когда из-за присутствия неверных измерений метод наименьших квадратов не сходил.

Таблица 3.5

Сравнение оценки Хьюбера с обобщенной оценкой Маллоуза

Параметр	Исходные данные			Результаты ОС ЭЭС		Ошибка	
	Эталон $v_i$	Дисперсия $\sigma_i$	Изменение* $\bar{v}_i$	Оценка Хьюбера $\hat{v}_i$	Оценка Маллоуза $\hat{v}_i$	Оценка Хьюбера** $(\hat{v}_i - v_i)/\sigma_i$	Оценка Маллоуза $(\hat{v}_i - v_i)/\sigma_i$
$U_1$	87,84	0,878	88,09	88,48	88,10	0,72	0,29
$U_2$	89,47	0,895	<b>-88,85</b>	86,07	89,53	<b>-3,79</b>	0,07
$U_3$	93,3	0,933	93,21	79,73	93,21	<b>-14,55</b>	-0,10
$P_1$	50	5,83	52,20	-19,10	51,10	<b>-11,85</b>	0,19
$P_2$	40	4,72	43,97	86,94	43,07	<b>9,95</b>	0,65
$P_3$	25	2,92	<b>125,44</b>	125,24	28,01	<b>34,33</b>	1,03
$Q_1$	30	5,83	29,16	25,71	27,58	-0,74	-0,42
$Q_2$	25	4,72	<b>-120,25</b>	-13,95	24,53	<b>-8,25</b>	-0,10
$Q_3$	15	2,92	11,62	11,73	11,60	-1,12	-1,16
$P_{41}$	38,21	5,18	43,26	41,97	40,36	0,73	0,42
$P_{42}$	25,87	4,12	<b>-24,82</b>	44,56	27,99	<b>4,54</b>	0,51
$P_{43}$	67,68	7,51	64,62	162,06	71,29	<b>12,57</b>	0,48
$P_{12}$	-16,21	1,73	<b>56,70</b>	56,39	-15,33	<b>41,96</b>	0,51
$P_{23}$	-32,65	3,16	-31,84	7,83	-32,81	<b>12,81</b>	-0,05
$Q_{41}$	34,97	5,18	<b>136,46</b>	32,72	33,96	-0,43	-0,19
$Q_{42}$	32,12	4,12	31,80	36,74	31,76	1,12	-0,09
$Q_{43}$	32,62	7,51	<b>-26,76</b>	21,39	28,86	-1,50	-0,50
$Q_{12}$	-6,11	1,73	-4,01	-4,69	-5,11	0,82	0,58
$Q_{23}$	-7,81	3,16	<b>54,86</b>	25,37	-7,11	<b>10,50</b>	0,22

\* - выделены моделируемые неверные измерения;

\*\* - выделены измерения, оценки которых отличаются от эталонных значений более чем на  $2,5\sigma_i$

**Исследование 13-узловой ЭЭС.** Покажем пример ОС ЭЭС на фрагменте южной части Коми ЭЭС (рис.3.7). Северная часть, являющаяся избыточной по мощности, условно эквивалентирована балансирующим генераторным узлом с постоянным напряжением на шинах. Состав телеизмерений, соответствующий реальному составу, обеспечивает наблюдаемость данного фрагмента ЭЭС.

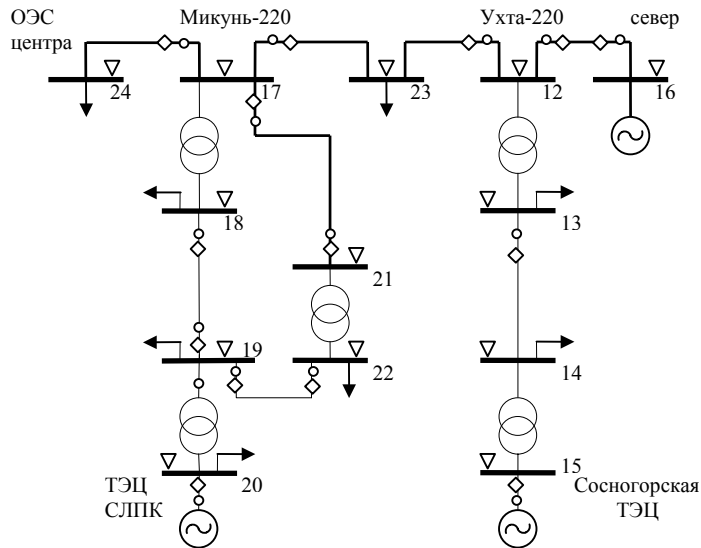


Рис.3.7. Фрагмент южной части Коми ЭЭС со схемой расстановки измерительных датчиков: ∇ - измерения узловых напряжений, O - измерения активной мощности, ◊ - измерения реактивной мощности.

Наличие в схеме трех транзитных узлов образует шесть точных измерений в векторе измеряемых параметров. Это нулевые активные  $P$  и реактивные  $Q$  мощности нагрузки в 12, 17 и 21 узлах. В связи с этим для оценивания состояния используется рекуррентная нейронная сеть типа Хопфилда-Лагранжа, в скрытом слое которой шесть нейронов имеют структуру “сумматор - интегратор”, а остальные - традиционную структуру “сумматор - нелинейная функция”.

Результаты расчетов представлены в табл.3.6. Как видно, результаты робастного оценивания состояния достоверно отражают действительный режим, не смотря на присутствие пяти неверных измерений. Это напряжение в узле Микунь-220 ( $U_{17}$ ), перетоки активной и реактивной мощности в начале линии Север-Ухта ( $P_{16-12}$  и  $Q_{16-12}$ ), и перетоки реактивной мощности по линии Микунь-Сыктывкар ( $Q_{17-21}$  и  $Q_{21-17}$ ). Нахождение робастной оценки с «плоского старта»  $|U_i| = U_i^{\text{ном}}$ ,  $\delta_i = 0$  с монотонной  $\psi$ -функцией Хьюбера (3.6) (точка перегиба  $a = 1,0$ ) потребовало две линеаризации. Как видно из табл.3.6 введение ограничения на большие невязки подавляет влияние грубых ошибок. Однако, некоторая смещенность оценок сохраняется. Одна дополнительная линеаризация с применением сниженной  $\psi$ -функции Хампеля (3.8) ( $a = 1,13$ ;  $b = 2,039$ ;  $c = 4$ ) обеспечивает получение более эффективных несмещенных оценок.

Таблица 3.6

## Результаты оценивания состояния 13 узловой ЭЭС

№ п/п	Исходные данные			Результаты расчетов $\hat{v}_i$	
	Параметр	Эталон $v_i$	Измерение* $\bar{v}_i$	$\psi$ -функция Хьюбера	$\psi$ -функция Хампеля
1	$U_{12}$	217,1	217,4	216,7	217,0
2	$U_{13}$	117,6	118,3	117,6	117,6
3	$U_{14}$	118,2	119,0	118,2	118,2
4	$U_{15}$	6,3	6,3	6,3	6,3
5	$U_{16}$	220,0	220,0	220,0	220,0
6	$U_{17}$	209,0	<b>229,2</b>	209,4	209,2
7	$U_{18}$	104,3	104,6	104,7	104,5
8	$U_{19}$	112,4	112,7	112,5	112,5
9	$U_{20}$	6,3	6,3	6,3	6,3
10	$U_{21}$	205,7	206,5	206,0	205,9
11	$U_{22}$	111,4	111,7	111,5	111,5
12	$U_{23}$	210,1	209,2	209,3	209,3
13	$U_{24}$	210,6	210,7	210,8	210,7
14	$P_{16-12}$	200,9	<b>229,8</b>	209,0	199,2
15	$P_{12-16}$	-189,3	-186,7	-196,4	-187,8
16	$P_{13-14}$	-19,6	-20,2	-20,1	-20,2
17	$P_{12-23}$	158,9	155,5	155,5	155,5
18	$P_{17-23}$	-135,7	-130,0	-130,0	-130,6
19	$P_{18-19}$	22,0	17,5	23,4	23,2
20	$P_{19-18}$	-17,6	-19,7	-19,1	-18,8
21	$P_{19-20}$	-24,6	-27,1	-25,3	-25,3
22	$P_{17-21}$	58,7	57,9	58,2	58,4
23	$P_{21-17}$	-58,0	-62,0	-57,4	-57,6
24	$P_{12-9}$	-2,1	-4,76	-3,0	-3,0
25	$P_{9-21}$	2,2	1,3	3,1	3,1
26	$P_{17-24}$	2,0	5,4	4,9	4,9
27	$Q_{16-12}$	-23,2	<b>28,9</b>	-21,7	-22,8
28	$Q_{12-16}$	52,9	53,1	55,0	51,6
29	$Q_{13-14}$	-88,6	-87,9	-88,0	-87,9
30	$Q_{12-23}$	-5,8	-4,4	-4,4	-3,3
31	$Q_{17-23}$	34,5	38,4	38,4	36,8
32	$Q_{18-19}$	-66,4	-71,0	-65,8	-66,4
34	$Q_{19-18}$	68,3	66,5	67,5	68,3
35	$Q_{17-21}$	0,67	<b>17,3</b>	0,95	0,65
36	$Q_{21-17}$	-8,0	<b>17,6</b>	-8,4	-8,0
37	$Q_{22-19}$	-46,4	-47,6	-46,2	-46,2
38	$Q_{19-22}$	45,9	44,6	45,7	45,7
39	$Q_{17-24}$	-17,6	-15,9	-17,1	-17,3
40	$P_{15}$	100,0	102,0	102,0	102,0
41	$P_{20}$	25,0	24,84	25,6	25,6
42	$Q_{15}$	157,0	156,7	156,5	156,2
43	$Q_{20}$	153,5	151,1	151,1	151,3

\* - выделены моделируемые неверные измерения.

## Литература

1. Хохлов М.В. Методы устойчивого оценивания состояния ЭЭС в оперативных задачах надежности (в печати).
2. Хохлов М.В. Устойчивость динамической нейронной сети для оценивания состояния электроэнергетических систем // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: Материалы IV всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары, Изд-во Чуваш. ун-та, 2002. с. 166-169.
3. Стратан И.П., Неретин В.И., Спивак В.Л. Расчет и анализ режимов электроэнергетических систем. Кишинев: Штиинца, 1990. 104 с.
4. Хампель Ф., Рончетти Э., Рауссеу П, Штаэль В. Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния: Пер.с англ. М.: Мир, 1989. 512 с.
5. Хьюбер Дж.П. Робастность в статистике: Пер. С англ. М.: Мир, 1984. 304 с.