# УСТОЙЧИВОСТЬ ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ[1]

*М.В. Хохлов*

(ИСЭиЭПС Коми НЦ УрО РАН, Сыктывкар)

С целью повышения быстродействия решения задачи робастного оценивания состояния электроэнергетических систем (ЭЭС) в [1] предложен подход к распараллеливанию вычислительного процесса за счет отображения задачи на двухслойную рекуррентную нейронную сеть (НС). Для линеаризованной модели ЭЭС нейронная сеть реализует градиентный спуск в пространстве переменных вектора состояния **x,** доставляя минимум функции невязки

$$J(\mathbf{x}) = \sum_i \rho_i \left[\sigma_i^{-1}\left(\mathbf{H}_i \mathbf{x} - b_i\right)\right], \tag{1}$$

где **b** – вектор измерений, линейно связанный с **x** посредством **H,** $\mathbf{R} = diag\left(\sigma_i^2\right)$ – ковариационная матрица ошибок измерений, $\rho_i$ – симметричная функция, первая производная которой $\psi_i = \rho_i'$ ограничена.

Динамика непрерывной модели предложенной НС, описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений 1-го порядка:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = -\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1/2} \boldsymbol{\psi}\left(\mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{b}\right). \tag{2}$$

---

[1] Хохлов М.В. Устойчивость динамической нейронной сети для оценивания состояния электроэнергетических систем // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: Материалы IV всерос. науч.-техн. конф. Чебоксары, Изд-во Чуваш. ун-та, 2002. с. 166-169.

где $\boldsymbol{\psi}(\cdot)=(\psi_1(\cdot),\psi_2(\cdot),\ldots)^T$ – вектор $\psi$-функций. В настоящее время построение массово-параллельных вычислительных систем, реализующих нейросетевые модели, осуществляется на цифровой элементной базе. В этом случае функционирование дискретной (во времени) НС представляется системой нелинейных разностных уравнений, аппроксимирующих (2):

$$\mathbf{x}(t+1)=\mathbf{x}(t)-\boldsymbol{\eta}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1/2}\boldsymbol{\psi}\left(\mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{H}\mathbf{x}(t)-\mathbf{b}\right) \tag{3}$$

где $\boldsymbol{\eta}=diag(\eta_i)$ – положительно определенная матрица коэффициентов.

Одной из проблем, связанных с применением рекуррентных нейронных сетей, является обеспечение устойчивости НС. В ряде работ доказана устойчивость однослойных НС класса Хопфилда, предложенных для решения задач линейного и квадратичного программирования (см. например [2]). В представленном докладе доказана устойчивость двухслойной НС (3), необходимые условия которой сформулированы ниже.

Если считать, что состав измерений обеспечивает наблюдаемость ЭЭС и матрица $\mathbf{H}$ полного ранга, то можно утверждать следующее. Пусть все функции $\psi_i$ неубывающие и для каждой существует константа Липшица $\Lambda_i=\sup\limits_{y_1\neq y_2}\dfrac{|\psi_i(y_1)-\psi_i(y_2)|}{|y_1-y_2|}<\infty$. Тогда НС, описываемая (3), является глобально устойчивой, если максимальное собственное значение $\lambda_{\max}$ матрицы $\boldsymbol{\eta}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{H}$, где $\boldsymbol{\Lambda}=diag(\Lambda_i)$, удовлетворяет условию $\lambda_{\max}<2$. Использование вместо $\lambda_{\max}$ ее оценки в виде одной из норм матрицы $\left\|\boldsymbol{\eta}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{H}\right\|$ позволяет определить коэффициенты $\eta_j$, при которых НС из любого состояния будет релаксировать к точке равновесия, являющейся решением исходной задачи (1) $\mathbf{x}(t) \xrightarrow{t\to\infty} \mathbf{x}^* < \infty$. Переходной процесс, описывающий поведение НС при расчете робастных оценок вектора состояния $x^*$ на примере 4-х узловой ЭЭС, представлен на рис.1.

Повышение скорости сходимости НС возможно за счет перерасчета на каждом шаге итерации коэффициентов $\eta_j$, наделяя тем самым алгоритм адаптивными свойствами. Пусть функции $\rho_i$ псевдовыпуклы и симметричны, а функции $\psi_i(y)/y$ ограничены и монотонно убывают при $y > 0$. Если выбор $\eta_j(t)$ удовлетворяет условию $\mu_{\max} < 2$, где $\mu_{\max}$ – максимальное собственное значение матрицы $\boldsymbol{\eta}(t)\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{W}(t)\mathbf{H}$, $\mathbf{W}(t) = diag(w_i(t))$, $w_i(t) = \psi_i(y(t))/y(t)$, тогда НС, представленная в (3), является глобально устойчивой и последовательность векторов $\mathbf{x}(t)$ сходится при $t \to \infty$ к решению $\mathbf{x}^*$ при любом начальном приближении. Адаптивная НС обладает более быстрой сходимостью (на рис.2 для одного из компонент вектора состояния $\mathbf{x}^*$), а при плохом начальном приближении и $\psi$-функциях с высоким значением оценки константы Липшица $\Lambda_i$ требует в $10^2 - 10^3$

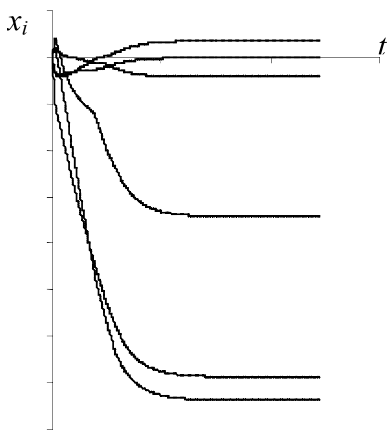


*Рис.1.* Траектория переменных состояния $x_i$.

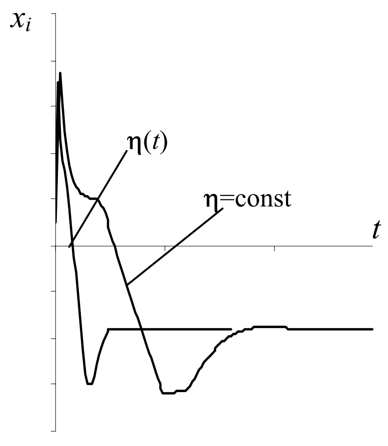


*Рис.2.* Эффективность адаптивной НС.

раз меньше итераций.

Помимо анализа глобальной устойчивости в докладе так же сформулированы условия локальной устойчивости НС с немонотонными $\psi$-функциями. Полученные результаты теоретических исследований динамики НС, подтвержденные многочисленными экспериментальными расчетами, позволяют систематически подойти к синтезу устойчивых НС для организации вычислений по оцениванию состояния ЭЭС в темпе реального времени.

Литература.

1. *Хохлов М.В.* Синтез нейронной сети Хопфилда для оценивания состояния электроэнергетических систем по неквадратичным критериям // Межрегион. молод. науч. конф. “Севергеоэкотех-2001”: Тезисы докл. – Ухта: УГТУ, 2001. – С.142-143.

2. *Forti M., Tesi A.* New conditions for global stability of neural networks with application to linear and quadratic programming problems // IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol. 42, 1995. - pp. 354–366.